

Nooit meer verliezen!

Tijdens deze les gaan de leerlingen ervaren hoe je door middel van een goede strategie spellen kunt winnen. Ze leren begrippen zoals strategie en speltheorie aan de hand van het spel 'steen, papier en schaar'. Ze gaan aan de slag met het verzinnen van een strategie voor het driedeurenprobleem en leren dat problemen niet altijd intuïtief op te lossen zijn.

Totale duur: 1 lesuur

LESOPBOUW

- Introductie: Verschillende strategieën bij het spel steen, papier, schaar
- Verdieping: Uitleg speltheorie en het driedeurenprobleem
- Doen: Zelf een strategie bedenken voor het driedeurenprobleem
- Afronding: Speltheorie in de praktijk: prijsbepaling bij supermarkten

VOORBEREIDING & BENODIGDHEDEN

Van te voren kun je een aantal dingen doen:

- Lees de handleiding en print de lesbrief
- Digi-bord met internetverbinding: klik door de slides voor op het digibord

DIFFERENTIATIE

Voor leerlingen die meer wiskundige uitdaging willen is er een verdiepingsopdracht toegevoegd aan de lesbrief (opdracht 4).

VERBINDING MET BEROEPEN & ARBEIDSMARKT

Zo zetten bijvoorbeeld supermarkten zoals de Albert Heijn of de Jumbo de skills uit deze les ook in om de prijzen van producten vast te stellen. Daarbij blijken speltheorieën algoritmisch te beschrijven zijn. Dit betekent dat speltheorie te beschrijven is met stap-voor-stap instructies. Computers kunnen algoritmes lezen en hierdoor is het mogelijk computerprogramma's rondom speltheorie te schrijven.

DOEL VAN DE LES

Domein curriculum 2021	Leerdoelen digitale vaardigheden	Kerdoelen wiskunde	21st century skills
1 Data en informatie DG1.1 Van data naar informatie	1 Computational thinking De leerling kan een bestaande reeks instructies lezen en begrijpen	1 Je reflecteert op eigen wiskundige activiteiten	1 Kritisch denken
2 De werking en het (creatieve) gebruik van technologie DG3.1 Interactie en creatie met digitale technologie	2 Computational thinking De leerling kan voorspellen wat een reeks instructies tot gevolg heeft en kan deze aanpassen naar een eigen idee	2 Je herkent en gebruikt patronen en regelmaat.	2 Creatief denken
	3 Computational thinking De leerling kan een reeks instructies, die niet af is, volledig maken aan de hand van een omschrijving over het doel	3 Je doet uitspraken over kansen bij datasets (van eenvoudige, praktische contexten), je beoordeelt deze en je doet voorspellingen (op basis van deze datasets).	
	4 Computational thinking De leerling kan een experiment uitvoeren		

INTRODUCTIE

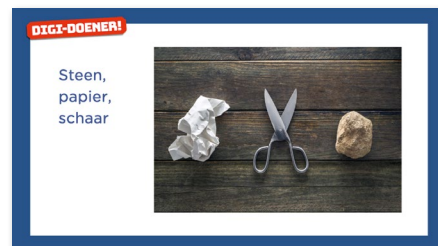
Openingslide



Slide 1, Klassikaal

Vertel: Vandaag gaan we kijken naar verschillende spellen en strategieën om spellen te winnen. Wie kent het spel steen, papier, schaar? Eventueel even voordoen (of voor laten doen door een leerling). Steen, papier, schaar is een spelletje waarbij steen wint van schaar, schaar wint van papier en papier wint van steen. Vandaag leer je hoe je altijd kunt winnen door speltheorie. Denken jullie dat het spel steen, papier, schaar een toevalspel (win je door geluk) of een strategie spel (win je door een goede strategie) is? Om de antwoorden te inventariseren kun je hier gebruik maken van petje op/petje af, of naar een bepaalde hoek van het lokaal lopen.

Vertel: We gaan een experiment doen met het spel steen, papier, schaar. Laat de leerlingen in tweetallen opdracht 1 uit de lesbrief maken.



Slide 2, Klassikaal

Vertel: nu gaan we nog eens een aantal spellen steen, papier, schaar spelen, maar dan mét een strategie!

Speler A speelt het spel door altijd schaar te kiezen. Dit is zijn plan om te winnen en noemen we een strategie. De strategie van speler A is dus altijd schaar.

Speler B speelt eerst papier. Daarna kiest hij steen. Dan kiest hij weer papier. En dan weer steen. We noemen de strategie van speler B papier en steen om en om.

Laat de leerlingen opdracht 2 maken op het werkblad en bespreek daarna de antwoorden.



1. Wie heeft er gewonnen na 5 potjes?
Antwoord: Speler A

	Speler A	Speler B	Winnaar
Ronde 1	Schaar	Papier	Speler A
Ronde 2	Schaar	Steen	Speler B
Ronde 3	Schaar	Papier	Speler A
Ronde 4	Schaar	Steen	Speler B
Ronde 5	Schaar	Papier	Speler A

2. Welke strategie zou jij gebruiken als jij weet dat jouw tegenstander de strategie van speler B aanneemt?
Antwoord: Bijvoorbeeld de strategie schaar en papier om en om, want schaar wint van papier en papier wint van steen. In dit geval win je elk potje tegen speler B.
3. Na negen potjes switcht speler A naar een andere strategie. Welke strategie moet speler A kiezen om na tien potjes te winnen van speler B?
Antwoord: Na negen potjes staat speler A met 5 punten één punt voor op speler B. Dit betekent dat speler A een strategie moet kiezen voor de tiende ronde waarin speler A of wint of gelijk speelt. Dus speler A kan kiezen uit papier (dan wint speler A, want papier wint van steen), of steen (dan spelen ze gelijk).

	Speler A	Speler B	Winnaar
Ronde 1	Schaar	Papier	Speler A
Ronde 2	Schaar	Steen	Speler B
Ronde 3	Schaar	Papier	Speler A
Ronde 4	Schaar	Steen	Speler B
Ronde 5	Schaar	Papier	Speler A
Ronde 6	Schaar	Steen	Speler B
Ronde 7	Schaar	Papier	Speler A
Ronde 8	Schaar	Steen	Speler B
Ronde 9	Schaar	Papier	Speler A
Ronde 10	?	Steen	

VERDIEPING

Slide 3, Klassikaal

Vertel: een beroemd voorbeeld waarbij je speltheorie kunt gebruiken is het 'driedeurenprobleem'. Hierbij krijg je drie deuren te zien. Achter één ervan staat een prachtige auto. Achter de andere twee staat een geit. Je krijgt de prijs achter de deur die je kiest. Welke deur kies je? Laat een leerling een keuze maken.

Vertel daarna: Nu open ik een van de deuren (vertel welke deur je 'opent' en dat er een geit achter zit). Blijf je bij je keuze, of kies je toch liever de andere deur?

Laat een leerling hier opnieuw een keuze maken. Discussieer over een beste strategie voor het zo vaak mogelijk winnen van de auto en laat leerlingen dan in groepjes van twee opdracht 3 maken van de lesbrief. Hiervoor kan ook gebruik gemaakt worden van de online simulatie van het spel: <https://www.mathwarehouse.com/monty-hall-simulation-online/>

De simulatie kan alvast klaar gezet worden, maar het gebruik is optioneel.

Als leerlingen klaar zijn, kunnen ze eventueel een begin maken aan opdracht 4 (verdiepingsopdracht)

Bespreek de antwoorden van opdracht 3 (en eventueel ook opdracht 4).



Antwoorden opdracht 3:

-
- Vraag naar strategieën die hier gevonden zijn door leerlingen.
- Waarom zal deze strategie werken?
-
- Kun je jouw strategie nu nog beter maken?

Antwoord opdracht 4:

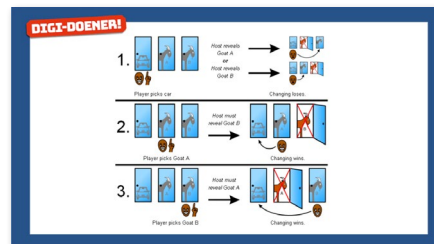
Verklaar waarom jouw strategie bij opdracht 2 werkt. Licht je antwoord toe met een wiskundige berekening → vraag naar de verklaring en uitwerking van de leerlingen.

Slide 4, Klassikaal

Vertel: We gaan nu op een wiskundige manier naar het driedeurenprobleem kijken. Omdat niet bekend is achter welke deur de auto staat, is de kans $1/3$ op het kiezen van de deur met de auto erachter (de auto staat achter één van de drie deuren). De kans is dan $2/3$ dat de prijs zich niet achter jouw gekozen deur bevindt, want $1 - 1/3 = 2/3$. Dan wordt er een andere deur open gemaakt, waar zich geen prijs achter bevindt. Omdat de kans $2/3$ was dat de prijs zich niet achter jouw gekozen deur bevindt, is de kans nu $2/3$ dat de prijs zich achter de laatste overgebleven deur bevindt. Door van deur te wisselen vergroot je de kans op het winnen van de prijs.

In andere woorden: wie na het openen van de eerste deur bij zijn oorspronkelijke keuze blijft, behoudt de kans $1/3$. Wie na het openen van de eerste deur kiest om van deur te verwisselen, heeft nog maar 1 optie om te wisselen (want er is een deur open gemaakt) en de kans dat de prijs zich achter die deur bevindt is nu $2/3$. Wisselen is daarmee de slimste keuze.

Dus in $2/3$ van de gevallen zorgt het wisselen van deur ervoor dat je de auto wint: het wisselen van deur is de beste strategie.



Strategieën zijn te beschrijven met behulp van een stap-voor-stap instructie, oftewel een algoritme. Computers kunnen algoritmes lezen en door het digitaliseren van zo'n strategie kan de computer verder vooruit denken. Hierdoor kan het makkelijker zijn om een goede strategie te kiezen.

AFRONDING

Slide 5, Handig om te leren om...

Vertel: Speltheorie blijkt dus algoritmisch te beschrijven te zijn. Dit heb je misschien al gemerkt in de opdrachten van deze les. De strategieën in de opdrachten kun je zien als stap-voor-stap instructies om de bijbehorende spellen te winnen. Computers kunnen algoritmes lezen, waardoor het mogelijk is computerprogramma's rondom speltheorie te schrijven.

Maar speltheorie is vooral terug te vinden in de economie. In de economie doen zich veel situaties voor die lijken op een spel. Er zijn spelregels, er zijn spelers en iedereen wil winnen. Bedenk je maar eens wat er gebeurt als je de prijs moet bepalen van een product dat je wilt verkopen. Deze situatie lijkt op een spel: het prijszettingsspel. De prijs van het product hangt af van wat de andere verkopers doen. Als je duurder bent dan de andere verkopers, verkoop je namelijk niets. Als je goedkoper bent, dan zullen andere verkopers hierop waarschijnlijk reageren met het verlagen van de prijzen van hun goederen. Dit kan uiteindelijk leiden tot een moordende concurrentie.



Slide 6, Klassikaal

Vertel: In dit voorbeeld zijn McDonald's en Burger King de spelers. Beide spelers kunnen kiezen uit dezelfde acties: wel een prijsverlaging of geen prijsverlaging. Als beide fastfoodketens voor geen prijsverlaging kiezen, dan maakt de McDonalds een winst van €1000 euro en de Burger King een winst van €1400. Dit geven we aan met (€1.000,€1.400) in de tabel, waarin het eerste bedrag de winst is voor de rijspeler en het tweede bedrag de winst voor de kolomspeler. Op dezelfde manier zijn de overige vakjes ingevuld. Beide fastfoodketens willen zo veel mogelijk winst behalen. Dat is hun doelstelling.

Vraag: Wat is nu hier de ideale strategie om te spelen voor beide fastfoodketens?

Antwoord: Beide fastfoodketens behalen de hoogste winst wanneer zij voor een prijsverlaging kiezen, terwijl de ander dat niet doet.

Vertel: Je kunt je voorstellen dat de fastfoodketens in de praktijk niet met elkaar kunnen overleggen over strategieën en dat het daardoor lastig kan zijn om de optimale strategie te kiezen. Speltheorie betreft ook dit soort dilemma's en het oplossen daarvan.

DIGI-DOENER!



		Burger King	
		Geen prijsverlaging	Wel prijsverlaging
McDonalds	Geen prijsverlaging	(€1.000, €1.400)	(€900, €1.600)
	Wel prijsverlaging	(€1.200, €1.300)	(€1.100, €1.500)

Slide 7, Klassikaal

Vertel: In deze les hebben jullie geleerd om strategieën te volgen, te begrijpen en te bedenken door middel van meerdere spellen als experimenten: steen, papier, schaar en het driedeurenprobleem. Om deze spellen te winnen moesten jullie creatief denken over een strategie. Ook hebben jullie geleerd te voorspellen wie er zal winnen bij het spelen van bepaalde strategieën. Daarnaast hebben we geleerd dat speltheorie door middel van algoritmes te beschrijven is en daarom makkelijk digitaliseerbaar is. Hierdoor is het makkelijker om, door middel van een computerprogramma, een goede strategie te kiezen.

